

CHALMERS: Arkitektur och teknik, Elektroteknik, Kemiteknik med fysik, Teknisk fysik, Teknisk matematik

KTH: Elektroteknik, Farkostteknik, Materialdesign, Teknisk fysik, Teknisk matematik, Datateknik hing (Kista)

SU: Kandidatprogrammen i astronomi, i fysik, i meteorologi, samt Sjukhusfysikerprogrammet

GU: Kandidatprogrammen i fysik, samt i matematik

UU: Energisystem

## Antagningsprov 2021 - MATEMATIK - SVAR

A.

1b

2c

3c

4d

5b

6d

7c

8c

9c

10a

11c

12a

13b

14d

15d

16b

17c

18c

19b

20a

---

B.

21:  $-\frac{5}{7}$ ;

22: 3;

23:  $\frac{4\pi\sqrt{3}}{9}$ ;

24:  $\ln(\pi + 1) + \frac{2}{3}e^{3\pi} - \frac{8}{3}$ ;

25: -1;

26: -1;

27:  $\frac{7\pi}{4}$ ;

- 28:  $\frac{\sqrt{19}}{2}$  (l.e.);  
29:  $60^\circ$ ;  
30:  $\frac{3\sqrt{15}}{8}$  (l.e.).
- 

C. *Lösning:* Kvadratroten ur ett tal  $a$  är per definition det icke-negativa tal vars kvadrat är lika med  $a$ . Ur definitionen följer att  $a \geq 0$  och  $\sqrt{a} \geq 0$ .

Den givna ekvationens högerled är alltså definierat för

$$x \geq 0.$$

För att vänsterledet ska vara definierat krävs att

$$x^2 - 1 \geq 0 \quad \text{och} \quad x + \sqrt{x^2 - 1} \geq 0.$$

I och med att  $\sqrt{x^2 - 1} \geq 0$  kommer båda leden att vara definierade för alla  $x$  som uppfyller  $x^2 - 1 \geq 0 \Leftrightarrow |x| \geq 1$ , och  $x \geq 0$ , det vill säga definitionsmängden består av alla  $x$  som uppfyller

$$x \geq 1.$$

För  $x \geq 1$  gäller att  $\sqrt{x} \geq 1$ , så att

$$2 - \sqrt{x} \leq 1,$$

med likhet om och endast om  $x = 1$ . Samtidigt har vi att för  $x \geq 1$  gäller  $x + \sqrt{x^2 - 1} \geq x \geq 1$ , så att

$$\sqrt{x + \sqrt{x^2 - 1}} \geq 1,$$

även här med likhet om och endast om  $x = 1$ . Uttrycken i vänsterledet och i högerledet kan alltså endast vara lika med varandra om båda är lika med 1, vilket inträffar exakt då  $x = 1$ .