

CHALMERS: Arkitektur och teknik, Kemiteknik med fysik,
Teknisk fysik, Teknisk matematik

KTH: Elektroteknik, Farkostteknik, Simuleringsteknik och
virtuell design, Teknisk fysik

Antagningsprov 2014 - MATEMATIK - SVAR

A.

1a

2d

3d

4b

5d

6c

7a

8d

9b

10c

11a

12d

13b

14a

15c

16b

17b

18c

19b

20d

B.

21: $-\frac{85}{126}$

22: 0

23: $-4(2 + \sqrt{3})$

24: $\frac{65}{2} - \frac{1}{2}e^{-4} + \frac{1}{2}e^{-2}$

25: 2

26: Det finns inga reella lösningar.

27: $\frac{1}{2}$

28: $\sqrt{7 + 2\sqrt{6}}$

29: $6\sqrt{2}$

30: $8\sqrt{3}$

C. *Lösning:* Vi börjar med att bestämma de x , för vilka de inblandade funktionerna är definierade. Ingen av nämnarna får bli 0, vilket betyder att x inte får vara lika med -2 eller 1 , det vill säga

$$x \neq -2, \quad x \neq 1.$$

Vi flyttar över alla termer till vänsterledet för att kunna jämföra med 0, och skriver sedan om vänsterledet så att vi hela tiden får ekvivalenta olikheter:

$$\begin{aligned} \frac{x-1}{x^2+4x+4} \leq \frac{1}{x-1} &\Leftrightarrow \frac{x-1}{(x+2)^2} - \frac{1}{x-1} \leq 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{(x-1)^2 - (x+2)^2}{(x-1)(x+2)^2} \leq 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{(x-1-x-2)(x-1+x+2)}{(x-1)(x+2)^2} \leq 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{2x+1}{(x-1)(x+2)^2} \geq 0. \end{aligned}$$

Eftersom $(x+2)^2 > 0$ (kom ihåg att $x \neq -2$), är den sista olikheten ekvivalent med olikheten

$$\frac{2x+1}{x-1} \geq 0.$$

Alla lösningar ges av de tillåtna x , för vilka täljaren är lika med 0, eller för vilka täljaren och nämnaren har samma tecken. Båda är negativa för alla x sådana att $-\infty < x < -\frac{1}{2}$, medan båda är positiva för alla x sådana att $1 < x < \infty$. Det betyder att den givna olikhetens lösningar är alla x som antingen är mindre än eller lika med $-\frac{1}{2}$, utom $x = -2$, eller är större än 1, det vill säga alla x som uppfyller

$$-\infty < x < -2 \quad \text{eller} \quad -2 < x < -\frac{1}{2} \quad \text{eller} \quad 1 < x < \infty.$$