

CHALMERS: Arkitektur och teknik, Kemiteknik med fysik,
Teknisk fysik, Teknisk matematik

KTH: Elektroteknik, Farkostteknik, Simuleringsteknik och
virtuell design, Teknisk fysik

Antagningsprov 2013 - MATEMATIK - SVAR

A.

1b

2d

3c

4b

5d

6b

7a

8d

9a

10c

11a

12c

13b

14d

15d

16b

17b

18d

19b

20b

B.

21: $-\frac{8}{35}$

22: -5

23: $\frac{3}{10}$

24: $\frac{65}{64} + \ln \frac{3}{2} - \frac{1}{4} \cos 6 + \frac{1}{4} \cos 4$

25: 0

26: 1

27: $-\frac{3}{2}$

28: $R\sqrt{2}$

29: $\sqrt{3}$

30: $a \left(\sqrt{2 + \sqrt{2}} + \sqrt{2 - \sqrt{2}} \right) = a\sqrt{4 + 2\sqrt{2}}$

C. *Lösning:* Vi börjar med att kvadratkomplettera

$$f(x) = \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 + q - \frac{p^2}{4} \geq q - \frac{p^2}{4},$$

med likhetstecken för $x = -\frac{p}{2}$. Detta ger oss dels att andragradsekvationen $x^2 + px + q = 0$ har reella lösningar om och endast om $p^2 - 4q \geq 0$, dels att f antar sitt minsta värde för $x_0 = -\frac{p}{2}$. Det betyder att $p = -4$. Villkoret $p^2 - 4q \geq 0$ kan nu skrivas om till $q \leq 4$, och lösningarna till andragradsekvationen ges av

$$x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{4 - q}.$$

Vi har

$$x_1^2 x_2^2 = (x_1 x_2)^2 = \left((-2 - \sqrt{4 - q})(-2 + \sqrt{4 - q})\right)^2 = (4 - 4 + q)^2 = q^2 = 18,$$

vilket gäller för $q = \pm 3\sqrt{2}$. Av dessa två värden är det dock endast $q = -3\sqrt{2}$ som uppfyller $q \leq 4$. Lösningen ges alltså av $p = -4$, $q = -3\sqrt{2}$.