

Teknisk fysik & Arkitektur och teknik Antagningsprov 2007 - MATEMATIK

2007-05-12, kl. 9.00 - 12.00
Skrivtid: 180 min
Inga hjälpmedel tillåtna.

Svar på uppgifterna i del A (uppgifter 1 - 20) och del B (uppgifter 21 - 30) lämnas in på utdelat svarsformulär. Den fullständiga lösningen till uppgiften i del C lämnas in på utdelat lösblad.

A. Markera rätt svar genom att ringa in rätt svarsalternativ på svarsformuläret. (1p för varje rätt svar; OBS! Endast ett rätt svar per uppgift.)

1. Om $a = \sqrt{2}$, $b = 1$ och $c = \frac{a^2 - b^2}{a + b}$, så

(a) $c = \frac{1}{3}$; (b) $c = \frac{1}{\sqrt{3}}$; (c) $c = 2$; (d) annat svar.

2. Om $a = \sqrt{3}$, $b = \sqrt{2}$ och $c = \frac{a - b}{a + b}$, så

(a) $c = \frac{1}{5}$; (b) $c = \frac{1}{\sqrt{5}}$; (c) $c = 1$; (d) annat svar.

3. Om $f(x) = (x + a)^2$, så är $f(2)$ lika med

(a) $a^2 + 4a + 4$; (b) $a^2 + 2a + 4$; (c) $a^2 + 4$; (d) annat svar.

4. Om $f(x) = x^2$ och $g(x) = \sqrt{x}$, så är $g(f(4))$ lika med

(a) ± 4 ; (b) -4 ; (c) 4 ; (d) annat svar.

5. Om $f(x) = x^2$ och $g(x) = \sqrt{x}$, så är $g(f(-4))$ lika med

(a) ± 4 ; (b) -4 ; (c) 4 ; (d) annat svar.

6. Om $ax^2 + x + 1 > 0$ för alla reella x , så är a
- positivt;
 - negativt;
 - lika med noll;
 - a :s tecken kan ej avgöras.
7. Om man först får en löneökning på 10% och sedan en lönesänkning på 10%, så har man som resultat
- samma lön som man hade från början;
 - lägre lön än man hade från början;
 - högre lön än man hade från början;
 - går ej att avgöra.
8. Om $m \boxplus n = n^m + 1$ för alla positiva heltal m och n , så är $2 \boxplus (3 \boxplus 2)$
- 513;
 - 82;
 - 1025;
 - annat svar.
9. Om $\ln a = \pi$, så är a
- e^π ;
 - π^e ;
 - πe ;
 - annat svar.
10. Om $\ln 24 = a$ och $\ln 8 = b$, så är a lika med
- $b + \ln 3$;
 - $b \ln 3$;
 - $\ln(3b)$;
 - annat svar.
11. Om $x > 0$ och $y > 0$, så gäller att
- $\ln(xy) = \ln(-xy)$;
 - $\ln(xy) = \ln(x + y)$;
 - $\ln(xy) = \ln((-x)(-y))$;
 - inget av (a)-(c).
12. För alla $x \geq 2$ gäller att $|x + 2| + |x - 2|$ är lika med
- 4;
 - 4;
 - $2x$;
 - inget av (a)-(c) gäller för alla $x \geq 2$.
13. Om $\sin \alpha = \frac{1}{4}$ och $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, så är $\cos \alpha$ lika med
- $\frac{\sqrt{15}}{4}$;
 - $-\frac{\sqrt{15}}{4}$;
 - $\pm \frac{\sqrt{15}}{4}$;
 - annat svar.

14. Antalet lösningar till ekvationen $\cos x = \cos 2x$ för $0 \leq x \leq \pi$ är

- (a) 0; (b) 1; (c) 2; (d) annat svar.

15. För alla reella x, y gäller att $\sin x \cos y =$

- (a) $\frac{1}{2} (\sin(x+y) - \sin(x-y))$;
(b) $\frac{1}{2} (\sin(x-y) - \sin(x+y))$;
(c) $\frac{1}{2} (\sin(x+y) + \sin(x-y))$;
(d) inget av (a)-(c) gäller för alla reella x, y .

16. För alla reella x gäller att

- (a) $\cos x = \sqrt{1 + \sin^2 x}$;
(b) $\cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x}$;
(c) $\cos x = \sqrt{\sin^2 x - 1}$;
(d) inget av (a)-(c) gäller för alla reella x .

17. Om a, b, c är sidlängderna i en triangel och h_a, h_b, h_c är höjdlängderna mot respektive sidor, gäller att

- (a) $\frac{a}{b} = \frac{h_a}{h_b}$; (b) $\frac{a}{b} = \frac{h_b}{h_a}$; (c) $ab = h_a h_b$; (d) inget av (a)-(c).

18. Det minsta talet x sådant att $-x(x+1) \geq 0$ är

- (a) 0; (b) -1 ; (c) annat tal; (d) det finns inget minsta sådant tal.

19. Det minsta talet x sådant att $x(x+1) < 0$ är

- (a) 0; (b) -1 ; (c) annat tal; (d) det finns inget minsta sådant tal.

20. En rätvinklig triangel med hypotenusan 8 l.e. och höjd mot hypotenusan 5 l.e. har arean

- (a) 40 a.e.; (b) 20 a.e.; (c) annat tal; (d) det finns ingen sådan triangel.

B. Lös uppgifterna nedan; ange endast svar på svarsformuläret. (2p för varje rätt svar)

21. Beräkna

$$\frac{\frac{4}{5} + \frac{1}{6}}{2 - \frac{7}{10}}.$$

22. Ange den största lösningen till ekvationen $2x^2 + 9x + 3 = 0$.

23. Givet funktionen $f(x) = e^{\sin x}$, ange $f'(0)$.

24. Beräkna $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x - \cos 2x) dx$.

25. Ange det minsta reella tal x för vilket $9^x - 5 \cdot 3^x + 6 = 0$.

26. Bestäm summan av lösningarna till ekvationen

$$(x - 1) \left(x + \frac{1}{2}\right) \left(x - \frac{1}{3}\right) \left(x + \frac{1}{4}\right) = 0.$$

27. Givet funktionen $f(x) = x - ax^2 - 1$, där $a > 0$, bestäm (den positiva reella parametern) a så att funktionens största värde blir 3.

28. I en triangel har två av sidorna längden 1 l.e., medan en av vinklarna är lika med summan av de två återstående vinklarna. Bestäm triangelns area.

29. Diagonalerna i en romb har längderna $\sqrt{2}$ och $\sqrt{3}$. Bestäm rombens sidlängd.

30. Ange antalet lösningar till ekvationen $||x| - 2|(3 - |x|)| = 4$.

C. Ge fullständig lösning till uppgiften nedan. (max 5p)

Finn alla (reella) lösningar till ekvationen

$$2 \cos^2 x - \sin x = 1.$$