Chalmers tekniska högskola
Kungliga tekniska högskolan
Stockholms universitet
Göteborgs universitet

Matematik- och fysikprovet Chalmers, KTH, SU, GU

Matematikprovet SU, GU

Chalmers: Arkitektur och teknik, Automation och mekatronik, Elektroteknik, Teknisk fysik, Teknisk kemi, Teknisk matematik

KTH: Design och produktframtagning, Elektroteknik, Farkostteknik, Maskinteknik, Materialdesign, Teknisk fysik, Teknisk matematik

SU: Kandidatprogrammen i matematik, i matematik och datavetenskap, i matematik och maskininlärning, i matematisk ekonomi och statistik, i astronomi, i fysik, i meteorologi, samt Sjukhusfysikerprogrammet

GU: Kandidatprogrammen i fysik, samt i matematik

Antagningsprov 2026 - MATEMATIK

2026-05-09, kl. 9.00 – 12.00
Skrivtid: 180 min
Inga hjälpmedel tillåtna.

Svar på uppgifterna i del A (uppgifter 1 - 20) och del B (uppgifter 21 - 30) lämnas in på utdelat svarsformulär. Den fullständiga lösningen till uppgiften i del C lämnas in på utdelat lösblad. Tesen med uppgifterna och kladdpapper lämnas *inte* in. Du rekommenderas att ta med dig tesen med dina svar inringade / ifyllda, för att i efterhand kunna jämföra med facit.

A. Markera rätt svar genom att ringa in rätt svarsalternativ på svarsformuläret. (1p för varje rätt svar; OBS! Endast ett rätt svar per uppgift.)

1. Givet att $x^6 = a^3b^2c^{12}$ och att $a = 8,\ b = -9,\ c = \sqrt{3}$, så gäller att x är lika med

   (a) $6\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{9}$; (b) $\pm 6\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{9}$; (c) $-6\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{9}$; (d) inget av (a)-(c).

2. Om $a = \sqrt{2}$ och $b = \sqrt{3}$ så är $U = \dfrac{a+b}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}$ lika med

   (a) $\dfrac{1}{\sqrt{6}}$; (b) $\sqrt{6}$; (c) $\sqrt{2}+\sqrt{3}$; (d) inget av (a)-(c).

3. Talet x är delbart med 12 för x lika med

   (a) 3 269 210 134; (b) 3 568 210 124; (c) 2 479 319 244; (d) inget av (a)-(c).

4. Om $\sqrt{7-\sqrt{x}} - \sqrt{7+\sqrt{x}} = 4$, så gäller att

(a) $x = 24$; (b) $x = 48$; (c) det finns inget sådant x; (d) inget av (a)-(c).

5. Om $\sqrt{7+\sqrt{x}} - \sqrt{7-\sqrt{x}} = 4$, så gäller att

(a) $x = 24$; (b) $x = 48$; (c) det finns inget sådant x; (d) inget av (a)-(c).

6. Om $m \boxplus n = \dfrac{1}{m+1} + \dfrac{1}{m+2} + \cdots + \dfrac{1}{m+n}$ för alla positiva heltal m, n, så gäller för alla positiva heltal m, n, för vilka $n > m$, att

(a) $m \boxplus n = n \boxplus m$; (b) $m \boxplus n \geq \dfrac{1}{2}$;

(c) $m \boxplus n \leq 1$; (d) inget av (a)-(c) gäller generellt.

7. Antalet positiva heltalslösningar till olikheten $\dfrac{x}{x^2-1} > \dfrac{3}{x-5}$ är

(a) 3; (b) 4; (c) ändligt, skilt från 3 och 4; (d) oändligt.

8. Antalet heltal i definitionsmängden till funktionen $f(x) = \ln(3-x) + \sqrt{\ln(x-2)}$ är

(a) oändligt; (b) 0; (c) 1; (d) inget av (a)-(c).

9. Talet a är reellt, $a \neq 0$. Funktionerna f och g är definierade för alla reella x och antar reella värden. Då gäller att olikheten $f(x) > g(x)$ har exakt samma lösningar som olikheten

(a) $af(x) > ag(x)$; (b) $ag(x) > af(x)$;

(c) $a - f(x) > a - g(x)$; (d) inget av (a)-(c) gäller generellt.

10. Talen a och c är reella och $a > 0$. Alla lösningar till olikheten $ax^2 - 2x + c < 0$ kan ges av

(a) alla x sådana att $-\infty < x < -1$;
(b) alla x sådana att $-1 < x < 1$;
(c) alla x sådana att $-1 < x < 3$;
(d) inget av (a)-(c).

11. För alla reella tal x och alla reella tal $y \neq 0$ gäller att

(a) $\left(e^{\frac{x}{y}}\right)^y = e^x$; (b) $\dfrac{e^x}{e^y} = \dfrac{x}{y}$;

(c) $e^{xy} = e^{(x^y)}$; (d) inget av (a)-(c) gäller generellt.

12. För alla positiva reella tal x och y gäller att

(a) $\ln x - \ln \dfrac{1}{x} = 0$; (b) $\ln x \cdot \ln y = \ln(xy)$;

(c) $\ln(xy) - \ln \dfrac{y}{x} = 2\ln x$; (d) inget av (a)-(c) gäller generellt.

13. Om $\cos\alpha = p$, och $3\pi < \alpha < \dfrac{7\pi}{2}$, så gäller att $\tan\alpha$ är lika med

(a) $\dfrac{\sqrt{1-p^2}}{p}$; (b) $-\dfrac{\sqrt{1-p^2}}{|p|}$; (c) $\dfrac{\sqrt{1-p^2}}{|p|}$; (d) kan ej avgöras.

14. Om k är ett heltal och likheten $\tan(k\pi + x) = \tan x$ gäller för alla reella x, för vilka $\tan x$ är definierad, så kan man dra slutsatsen att talet k är

(a) positivt; (b) jämnt; (c) udda; (d) inget av (a)-(c).

15. För att $(\sin x)' = \cos x$ ska gälla (det vill säga, för att derivatan av sinus x ska vara cosinus x) krävs att vinkeln x mäts i

(a) grader; (b) radianer;
(c) annan enhet; (d) enheten saknar betydelse.

16. För triangeln ABC gäller att $|AB| = 6$ längdenheter, $|AC| = 3$ längdenheter samt att $|CM| = 3$ längdenheter, där M är mittpunkten på sidan AB. Då gäller att vinkeln vid hörnet B är

(a) $60°$; (b) $30°$; (c) det går inte att avgöra; (d) det finns ingen sådan triangel.

17. För triangeln ABC gäller att $|AB| = 6$ längdenheter, $|AC| = 3$ längdenheter, $|BC| = 5$ längdenheter samt att vinkeln vid hörnet A är $60°$. Då gäller att vinkeln vid hörnet C är

(a) spetsig; (b) trubbig;
(c) det går inte att avgöra; (d) det finns ingen sådan triangel.

18. Givet är triangeln ABC, där $|AC| < |BC|$. Punkten M är mittpunkten på sidan AB. Då gäller

(a) $\angle ACM < \angle BCM$; (b) $\angle ACM = \angle BCM$;
(c) $\angle ACM > \angle BCM$; (d) det går inte att avgöra.

19. Givet är triangeln ABC, där $|AC| < |BC|$. Punkten L ligger på sidan AB och är sådan att sträckan CL är bisektris till triangelns vinkel vid C. Då gäller

(a) $|AL| < |BL|$; (b) $|AL| = |BL|$;
(c) $|AL| > |BL|$; (d) det går inte att avgöra.

20. Betrakta följande ***Sats:*** *Vinkeln mot en längre sida i en triangel är större än vinkeln mot en kortare sida.* Av denna sats följer att

(a) Om en triangels tre vinklar är lika stora, så är dess tre sidor lika långa.
(b) Om en triangels tre sidor är lika långa, så är dess tre vinklar lika stora.
(c) Basvinklarna i en likbent triangel är lika stora.
(d) Inget av de tre påståendena (a)-(c) följer ur satsen.

B. Lös uppgifterna nedan; ange endast svar på svarsformuläret. (2p för varje rätt svar)

21. Beräkna

$$\frac{\frac{5}{12}-\frac{1}{9}}{\frac{1}{4}-\frac{4}{7}}.$$

Ange svaret på formen $\frac{p}{q}$, där p, q är heltal och bråket $\frac{p}{q}$ är maximalt förkortat.

22. Bestäm alla reella tal p, för vilka ekvationen $px^2 + (2p+1)x + p = 0$ har två reella lösningar, skillnaden mellan vilka är 1. Ange det minsta talet p med den egenskapen.

23. Givet funktionen $f(x) = \dfrac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}$, beräkna $f'(x)$ och ange $f'\left(\frac{\pi}{8}\right)$.

24. Beräkna $\displaystyle\int_1^2 \left(x - 5 + \frac{1}{5-x} + e^{-2x}\right) dx$.

25. Lös ekvationen $\cos 2x + 3\sin x = 2$. Ange den största negativa lösningen.

26. Lös olikheten

$$\frac{1}{x} > \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-1}.$$

Ange den minsta positiva heltalslösningen.

27. Talet p är positivt. Lös ekvationen

$$\ln(2^x - 1) - \ln(2^x + 1) = \ln p.$$

Ange det minsta värdet för p, för vilket ekvationen har en lösning större än eller lika med 1.

28. En rätvinklig triangel har kateter med längder 2 längdenheter och a längdenheter. Bestäm och ange det minsta talet a, för vilket höjden mot hypotenusan i triangeln är större än eller lika med $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

29. Triangeln ABC har sina tre hörn på en cirkel med radie 7 längdenheter. Givet att triangelns vinkel vid hörnet B är $15°$, bestäm och ange längden av sidan AC.

30. Fyrhörningen $ABCD$ är parallellogram. Punkten P på sidan AB är sådan att $\dfrac{|AP|}{|AB|} = \alpha$. Sträckan DP skär diagonalen AC i punkten Q. Beräkna och ange förhållandet $\dfrac{|AQ|}{|AC|}$.

C. Ge fullständig lösning till uppgiften nedan. (max 5p)

Lös ekvationen

$$\sqrt{2x^2+3x+1} - \sqrt{2x^2-3x+1} = x.$$